BACCALAURÉAT BLANC

Lycée HOCHE

Session mars 2026

MATHÉMATIQUES Jour 1

BB2026-MATHSJ1

Épreuve du mardi 31 mars

Durée de l'épreuve : 4 heures

Les calculatrices électroniques de poche sont autorisées en mode examen, conformément à la règlementation en vigueur.

Le candidat doit s'assurer que le sujet comporte 5 pages numérotées de 1 à 5.
Le sujet est composé de 4 exercices indépendants, présentés dans les pages 2 à 5.
Le candidat doit traiter tous les exercices.
La qualité et la précision de la rédaction seront prises en compte dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 : **5 points**

Les données publiées le 1er mars 2023 par le ministère de la transition écologique sur les immatriculations de véhicules particuliers en France en 2022 contiennent les informations suivantes :

- 22,86 % des véhicules étaient des véhicules neufs ;
- 8,08 % des véhicules neufs étaient des hybrides rechargeables ;
- 1,27 % des véhicules d'occasion (c'est-à-dire qui ne sont pas neufs) étaient des hybrides rechargeables.

Dans tout l'exercice, les probabilités seront arrondies au dix-millième.

Partie I :

Dans cette partie, on considère un véhicule particulier immatriculé en France en 2022.
On note :

- N l'évènement « le véhicule est neuf » ;
- R l'évènement « le véhicule est hybride rechargeable » ;
- $\overline{N}$ et $\overline{R}$ les évènements contraires des évènements contraires de N et R.

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité que ce véhicule soit neuf et hybride rechargeable.
3. Démontrer que la valeur arrondie au dix-millième de la probabilité que ce véhicule soit hybride rechargeable est 0,028 3.
4. Calculer la probabilité que ce véhicule soit neuf sachant qu'il est hybride rechargeable.

Partie II :

Dans cette partie, on choisit 500 véhicules particuliers hybrides rechargeables immatriculés en France en 2022.
Dans la suite, on admettra que la probabilité qu'un tel véhicule soit neuf est égale à 0,65.
On assimile le choix de ces 500 véhicules à un tirage aléatoire avec remise.
On appelle X la variable aléatoire représentant le nombre de véhicules neufs parmi les 500 véhicules choisis.

1. Démontrer que la variable aléatoire X suit une loi binomiale. Préciser la valeur de ses paramètres.
2. Déterminer la probabilité qu'exactement 325 de ces véhicules soient neufs.
3. Déterminer la probabilité $p(X \geq 325)$ puis interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

Partie III :

On choisit désormais n véhicules particuliers hybrides rechargeables immatriculés en France en 2022, où n désigne un entier naturel strictement positif.
On rappelle que la probabilité qu'un tel véhicule soit neuf est égale à 0,65.
On assimile le choix de ces n véhicules à un tirage aléatoire avec remise.

1. Donner l'expression en fonction de n de la probabilité p_n que tous ces véhicules soient d'occasion.

2. On note q_n la probabilité qu'au moins un de ces véhicules soit neuf. En résolvant une inéquation, déterminer la plus petite valeur de n telle que $q_n \geqslant 0{,}9999$.

Exercice 2 : **5 points**

Une maison est modélisée par un parallélépipède rectangle ABCDEFGH surmonté d'une pyramide EFGHS.

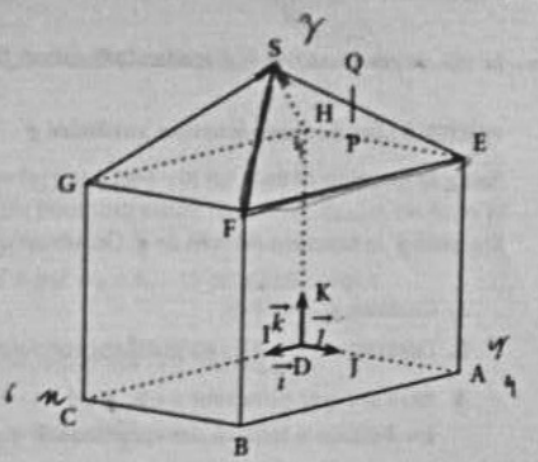
On a DC = 6, DA = DH = 4.

Soit les points I, J et K tels que
$\overrightarrow{DI} = \frac{1}{6}\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{DJ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{DK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{DH}$.

On note $\vec{i} = \overrightarrow{DI}$, $\vec{j} = \overrightarrow{DJ}$, $\vec{k} = \overrightarrow{DK}$.

On se place dans le repère orthonormé $(D ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On admet que le point S a pour coordonnées (3 ; 2 ; 6).



1. Donner, sans justifier, les coordonnées des points B, E, F et G.

2. Démontrer que le volume de la pyramide EFGHS représente le septième du volume total de la maison.

   On rappelle que le volume V d'une pyramide est donné par la formule : $V = \frac{1}{3} \times$ (aire de la base) × hauteur.

3. a. Démontrer que le vecteur $\vec{n}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ est normal au plan (EFS).

   b. En déduire qu'une équation cartésienne du plan (EFS) est $y + z - 8 = 0$.

4. On installe une antenne sur le toit, représentée par le segment [PQ]. On dispose des données suivantes :
   - le point P appartient au plan (EFS) ;
   - le point Q a pour coordonnées (2 ; 3 ; 5,5) ;
   - la droite (PQ) est dirigée par le vecteur $\vec{k}$.

   a. Justifier qu'une représentation paramétrique de la droite (PQ) est : $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \\ z = 5{,}5 + t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$

   b. En déduire les coordonnées du point P.

   c. En déduire la longueur PQ de l'antenne.

5. Un oiseau vole en suivant une trajectoire modélisée par la droite Δ dont une représentation paramétrique est :
   $\begin{cases} x = -4 + 6s \\ y = 7 - 4s \\ z = 2 + 4s \end{cases}$ $(s \in \mathbb{R})$

   Déterminer la position relative des droites (PQ) et Δ.

   L'oiseau va-t-il percuter l'antenne représentée par le segment [PQ] ?

Exercice 3 : **5 points**

Le but de cet exercice est d'étudier la fonction f, définie sur $]0\,;+\infty[$, par : $f(x) = 3x - x\ln(x) - 2\ln(x)$.

PARTIE A : Étude d'une fonction auxiliaire g

Soit g la fonction définie sur $]0\,;+\infty[$ par $g(x) = 2(x-1) - x\ln(x)$.

On note g' la fonction dérivée de g. On admet que $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = -\infty$.

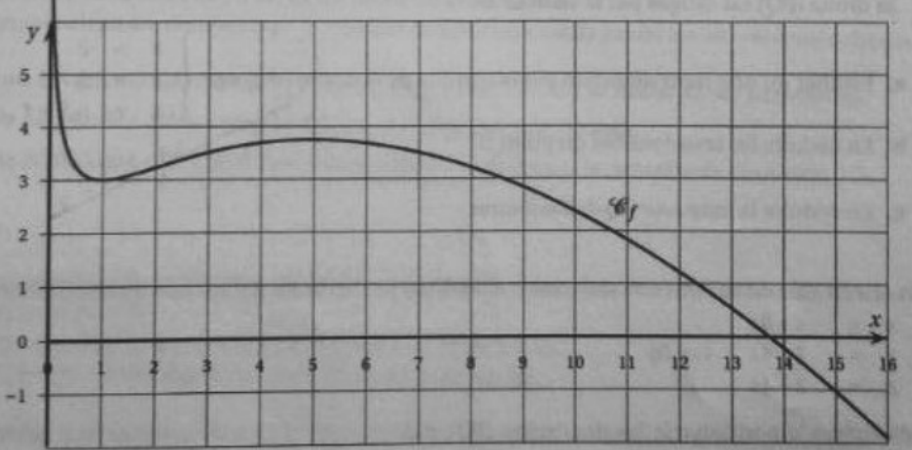
1. Calculer $g(1)$ et $g(e)$.
2. Déterminer $\lim\limits_{x\to 0} g(x)$ en justifiant votre démarche.
3. Montrer que, pour tout $x > 0$, $g'(x) = 1 - \ln(x)$.
   En déduire le tableau des variations de g sur $]0\,;+\infty[$.
4. Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet exactement deux solutions distinctes sur $]0\,;+\infty[$: 1 et α avec α appartenant à l'intervalle $[e\,;+\infty[$.
   On donnera un encadrement de α à 0,01 près.
5. En déduire le tableau de signes de g sur $]0\,;+\infty[$.

PARTIE B : Étude de la fonction f

On considère dans cette partie la fonction f, définie sur $]0\,;+\infty[$, par $f(x) = 3x - x\ln(x) - 2\ln(x)$.

On note f' la fonction dérivée de f.

La représentation graphique $\mathscr{C}_f$ de cette fonction f est donnée dans le repère $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ ci-dessous. On admet que : $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = +\infty$.



1. Déterminer la limite de f en $+\infty$ en justifiant votre démarche.
2. a. Justifier que pour tout $x > 0$, $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x}$.
   b. En déduire le tableau des variations de f sur $]0\,;+\infty[$.
3. On admet que, pour tout $x > 0$, la dérivée seconde de f, notée f'', est définie par $f''(x) = \dfrac{2-x}{x^2}$.

   Étudier la convexité de f et préciser les coordonnées du point d'inflexion de $\mathscr{C}_f$.

Exercice 4 : **5 points**

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. Chaque réponse doit être justifiée. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

Les cinq questions de cet exercice sont indépendantes.

1. On considère une suite (t_n) vérifiant la relation de récurrence : pour tout entier naturel n, $t_{n+1} = -0,8t_n + 18$.

   Affirmation 1 : La suite (w_n) définie pour tout entier naturel n par $w_n = t_n - 10$ est géométrique.

2. On considère une suite (S_n) qui vérifie pour tout entier naturel n non nul : $3n - 4 \leqslant S_n \leqslant 3n + 4$.

   La suite (u_n) est définie, pour tout entier naturel n non nul, par : $u_n = \dfrac{S_n}{n}$.

   Affirmation 2 : La suite (u_n) converge.

3. On considère la suite (v_n) définie par : $v_1 = 2$ et pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, $v_{n+1} = 2 - \dfrac{1}{v_n}$.

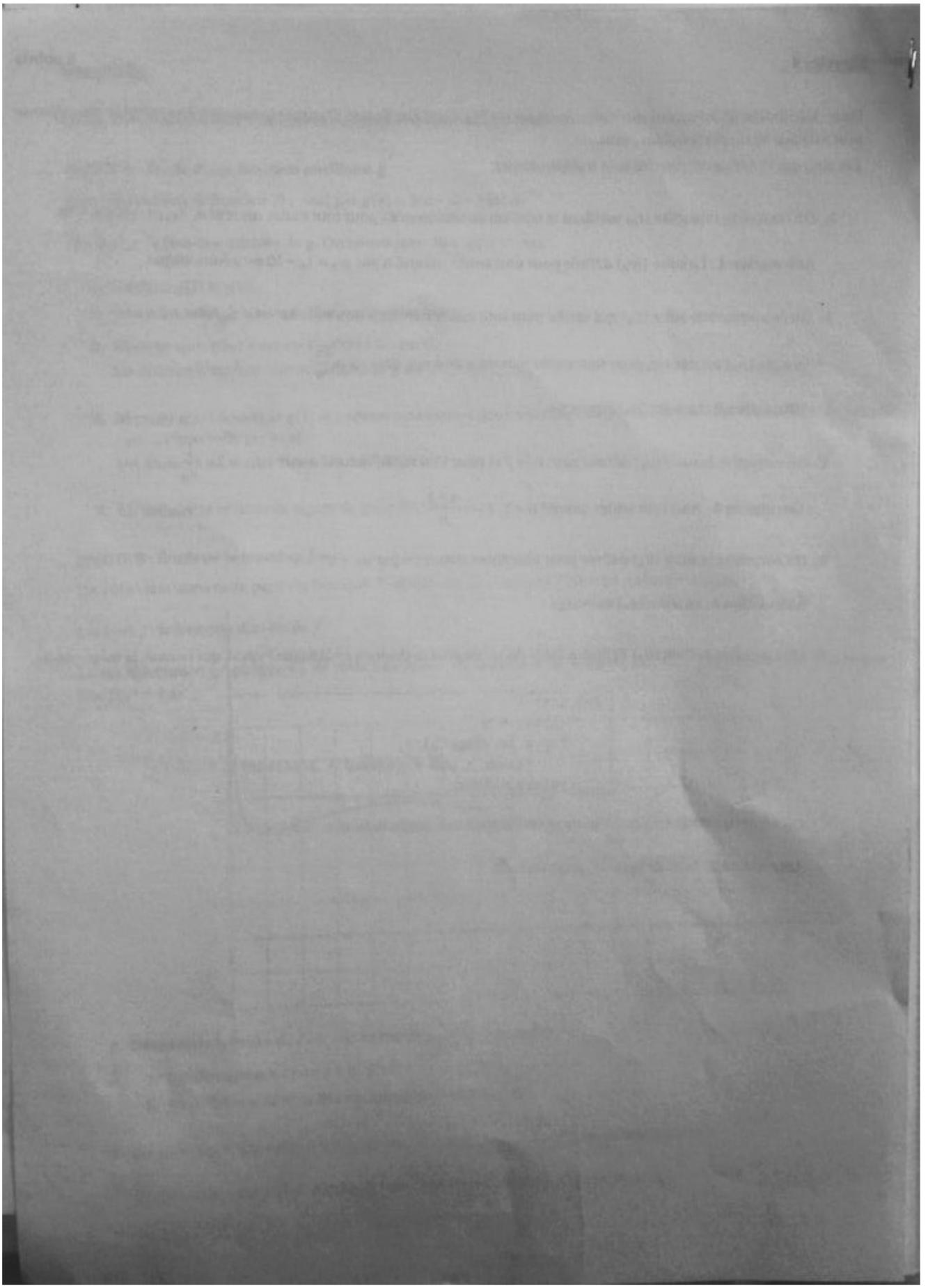
   Affirmation 3 : Pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, $v_n = \dfrac{n+1}{n}$.

4. On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = \mathrm{e}^n - n$.

   Affirmation 4 : La suite (u_n) converge.

5. On considère la suite (u_n) définie à l'aide du script écrit ci-dessous en langage Python, qui renvoie la valeur de u_n.

```
def u(n) :
    valeur = 2
    for k in range(n) :
        valeur = 0.5 * (valeur + 2/valeur)
    return valeur
```

   On admet que (u_n) est décroissante et vérifie pour tout entier naturel n : $\sqrt{2} \leqslant u_n \leqslant 2$.

   Affirmation 5 : La suite (u_n) converge vers $\sqrt{2}$.